ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΣΕΡΡΕΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατατακτήριες Εξετάσεις - 2022-2023, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης: **15 / 12 / 2022**

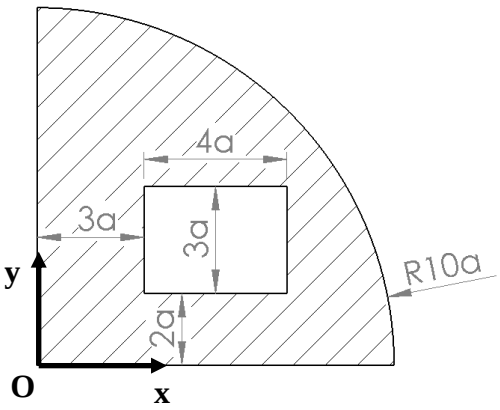
ΘΕΜΑ 1^{Ο} – Μονάδες 4.0

Για τη διατομή του σχήματος να υπολογιστούν:

α) το κέντρο βάρους ως προς το σύστημα συντεταγμένων Oxy που εμφανίζεται (*1 μονάδα*)

β) οι κεντροβαρικές ροπές αδράνειας (*2 μονάδες*)

γ) οι ροπές αδράνειας ως προς το υπάρχον σύστημα συντεταγμένων Oxy. (*1 μονάδα*)



*Σημ: Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται συναρτήσει της άγνωστης παραμέτρου "**α**".*

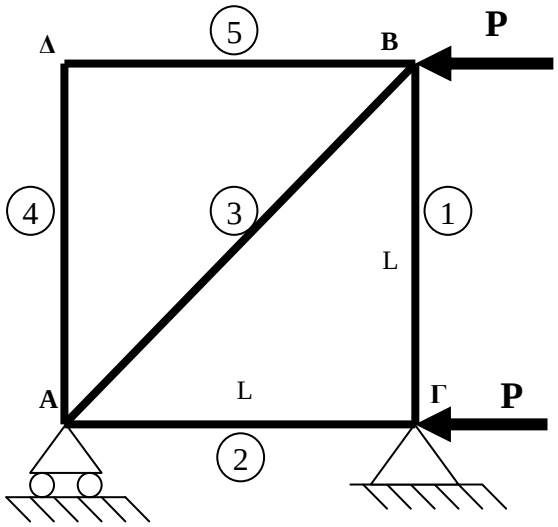
ΘΕΜΑ 2^{Ο} – Μονάδες 3.0

Στο δικτύωμα του σχήματος να προσδιοριστούν:

α) οι αντιδράσεις στήριξης (*1 μονάδα*)

β) οι δυνάμεις N1, N2, N3, N4 και N5, που καταπονούν τις ράβδους (*2 μονάδες*)

*Σημ: Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται συναρτήσει της άγνωστης παραμέτρου "**P**".*

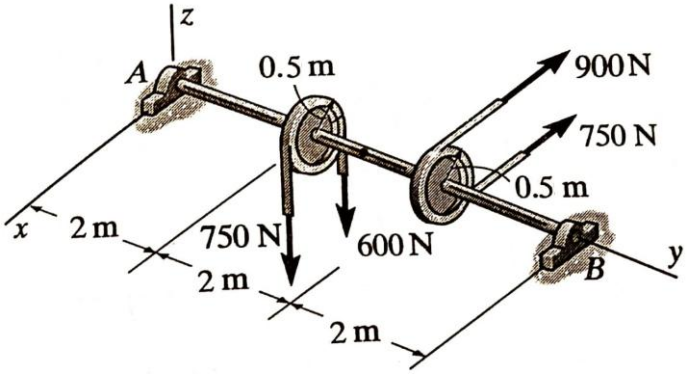


ΘΕΜΑ 3^{Ο} – Μονάδες 3.0

Για τη διάταξη του παρακάτω σχήματος να υπολογιστούν:

α) οι αντιδράσεις στήριξης των ρουλεμάν (*1 μονάδα*)

β) τα διαγράμματα εσωτερικών φορτίων [NQM] στον άξονα AB στο επίπεδο YZ (*2 μονάδες*)



(ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ)

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΣΕΡΡΕΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατατακτήριες Εξετάσεις - 2022-2023, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης: **15 / 12 / 2022**

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Συντεταγμένες $(\bar{x},\bar{y})$ κεντροειδούς μιας επιφάνειας

$$\left(\bar{x}=\frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA}\ ,\ \bar{y}=\frac{\int_A y\,dA}{\int_A dA}\right)\ \text{ή:}\ \left(\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\ ,\ \bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\right)$$

Ορισμός αξονικών ροπών αδράνειας

$$I_x=\int_A y^2\,dA\ ,\ I_y=\int_A x^2\,dA$$

Ακτίνα αδράνειας

$$i_x=\sqrt{I_x/A}\ ,\ i_y=\sqrt{I_y/A}$$

Γινομένο αδράνειας

$$I_{xy}=\int_A x\,y\,dA$$

Πολική ροπή

$$J\overset{\text{ή}}{=}I_p=\int_A r^2\,dA=I_x+I_y\ ,\ r^2=x^2+y^2$$

Ροπή αντίστασης

$$W_x=I_x/|y_{max}|\ ,\ W_y=I_y/|x_{max}|$$

Γωνία κύριων αξόνων:

$$\tan(2\theta_o)\overset{\text{ή}}{=}\tan(2\theta_p)=-\frac{2I_{xy}}{I_x-I_y}$$

Τύποι μετασχηματισμού

$$I_{x'}=\frac{I_x+I_y}{2}+\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta-I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{y'}=\frac{I_x+I_y}{2}-\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta+I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{x'y'}=\frac{I_x-I_y}{2}\sin2\theta+I_{xy}\cos2\theta$$

Ροπές αδράνειας σύνθετης επιφάνειας

$$I_x=\sum\left[I_{x_i}^{A_i}+A_i(\bar{y}_i-\bar{y})^2\right]$$

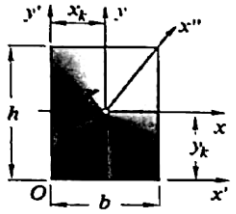
$$I_y=\sum\left[I_{y_i}^{A_i}+A_i(\bar{x}_i-\bar{x})^2\right]$$

$$I_{xy}=\sum\left[I_{x_iy_i}^{A_i}+A_i(\bar{x}_i-\bar{x})\cdot(\bar{y}_i-\bar{y})\right]$$

Υπολογισμός κύριων ροπών αδράνειας

$$I_{max,\,min}=I_{1,2}=\frac{I_x+I_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{I_x-I_y}{2}\right)^2+I_{xy}^2}$$

1. Τετράγωνο



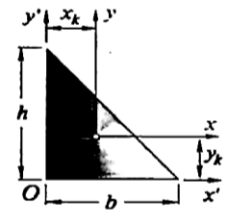
$A=bh\ ,\ x_k=\frac{b}{2}\ ,\ y_k=\frac{h}{2}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{12}}$

$I_x=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{12}\ ,\ I_{xy}=0$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{3}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{3}\ ,\ I_{xy'}=\frac{b^2h^2}{4}$

$I_p=\frac{bh}{12}(h^2+b^2)\ ,\ I_o=\frac{bh}{3}(h^2+b^2)$

2. Ορθογώνιο τρίγωνο



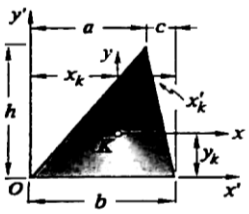
$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{18}}$

$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{36}\ ,\ I_{xy}=\frac{b^2h^2}{72}$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{12}\ ,\ I_{xy'}=\frac{b^2h^2}{24}$

$I_p=\frac{bh}{36}(h^2+b^2)\ ,\ I_{x_1y}=+\frac{b^2h^2}{72}$

3. Τυχαίο τρίγωνο



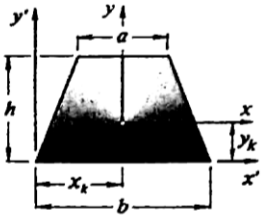
$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b+a}{3}\ ,\ x'_k=\frac{b+c}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}$

$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{bh(b^2-cb+c^2)}{36}$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{bh}{12}(3b^2-3bc+c^2)$

$I_{xy}=\frac{bh^2(2c-b)}{72}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{bh^2}{24}(3b-2c)$

4. Ισοσκελές τραπέζιο



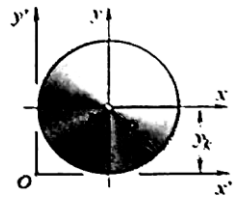
$A=\frac{a+b}{2}h\ ,\ y_k=\frac{2a+b}{3(a+b)}h$

$x_k=\frac{b}{2}\ ,\ \text{για ορθογ.: } x_k=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$

$I_x=\frac{h^3}{36}\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}\ ,\ I_{x'}=\frac{h^3(3a+b)}{12}$

$I_y=\frac{h(a+b)(a^2+b^2)}{48}$

5. Κύκλος



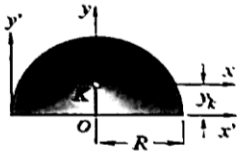
$A=\pi R^2\ ,\ x_k=y_k=R\ ,\ i_x=\frac{R}{2}$

$I_x=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_{xy}=0$

$I_{x'}=I_{y'}=\frac{5\pi R^4}{4}=\frac{5\pi d^4}{64}\ ,\ I_{xy'}=\pi R^4$

$I_p=\frac{\pi R^4}{2}=\frac{\pi d^4}{32}\ ,\ W_p=\frac{\pi R^3}{2}$

6. Ημικύκλιο



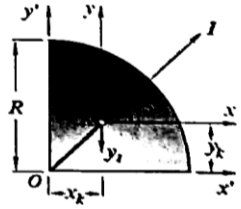
$A=\frac{\pi R^2}{2}\ ,\ x_k=R\ ,\ y_k=\frac{4R}{3\pi}$

$i_x\approx0.264R$

$I_x\approx0.1098R^4\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_{xy}=0$

$I_p=0.503R^4\ ,\ I_{x'}=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_{xy'}=\frac{8R^4}{9\pi}$

7. Τεταρτοκύκλιο



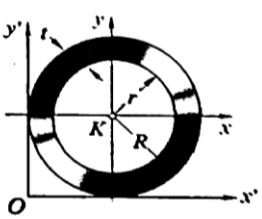
$A=\frac{\pi R^2}{4}\ ,\ x_k=y_k=\frac{4R}{3\pi}\ ,\ i_x\approx0.264R$

$I_x\approx0.0549R^4\ ,\ I_y\approx0.0549R^4$

$I_{xy}\approx-0.0164R^4\ ,\ I_{x_1y_1}=+0.0164R^4$

$I_{x'}=I_{y'}=\frac{\pi R^4}{16}\ ,\ I_{xy'}=\frac{4R^4}{9\pi^2}$

8. Σωλήνας



Χοιρότοιχος:

$A=\pi(R^2-r^2)\ ,\ i_x=\frac{\sqrt{R^2+r^2}}{2}$

$I_x=\frac{\pi(R^4-r^4)}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi(R^4-r^4)}{4}$

Λεπτότοιχος:

Μέση ακτίνα: $\bar{R}=r+t/2=R-t/2$

$A\approx2\pi\bar{R}t\ ,\ x_k=y_k=\bar{R}+t\ ,\ i_x=\frac{\bar{R}}{\sqrt{2}}$

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΣΕΡΡΕΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατατακτήριες Εξετάσεις, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης:

ΘΕΜΑ 1^{Ο} – Μονάδες 4.0

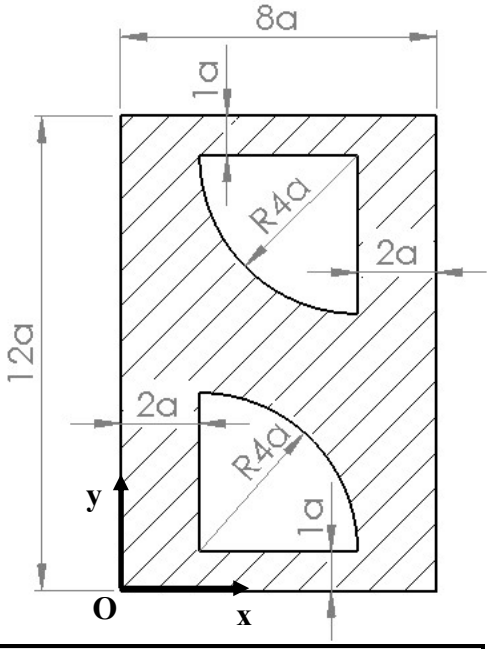
Για τη διατομή του σχήματος να υπολογιστούν:

α) το κέντρο βάρους ως προς το σύστημα συντεταγμένων Oxy που εμφανίζεται (*1 μονάδα*)

β) οι κεντροβαρικές ροπές αδράνειας (*2 μονάδες*)

γ) οι ροπές αδράνειας ως προς το υπάρχον σύστημα συντεταγμένων Oxy. (*1 μονάδα*)

*Σημ: Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται συναρτήσει της άγνωστης παραμέτρου "**α**".*



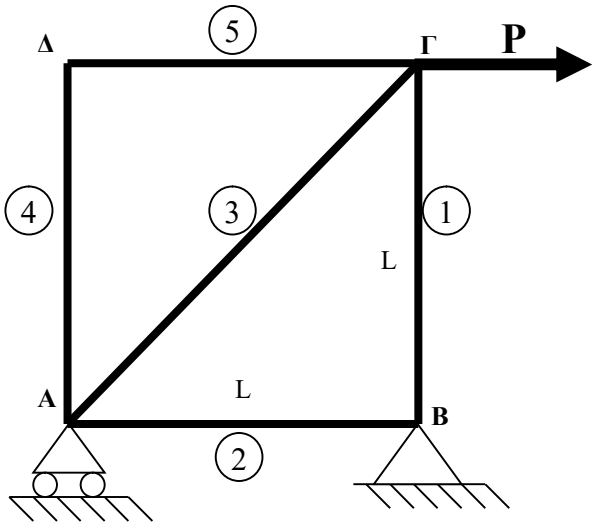
ΘΕΜΑ 2^{Ο} – Μονάδες 3.0

Στο δικτύωμα του σχήματος να προσδιοριστούν:

α) οι αντιδράσεις στήριξης (*1 μονάδα*)

β) οι δυνάμεις N1, N2, N3, N4 και N5, που καταπονούν τις ράβδους (*2 μονάδες*)

*Σημ: Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται συναρτήσει της άγνωστης παραμέτρου "**P**".*

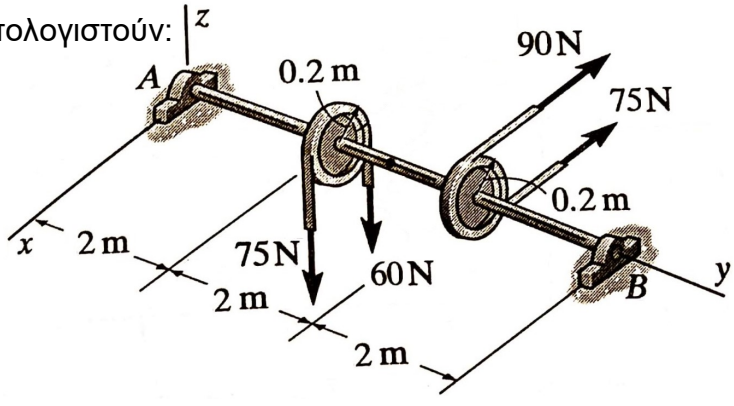


ΘΕΜΑ 3^{Ο} – Μονάδες 3.0

Για τη διάταξη του παρακάτω σχήματος να υπολογιστούν:

α) οι αντιδράσεις στήριξης των ρουλεμάν (*1 μονάδα*)

β) τα διαγράμματα εσωτερικών φορτίων [NQM] στο επίπεδο YZ και το διάγραμμα στρεπτικής ροπής, στον άξονα AB. (*2 μονάδες*)



(ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ)

Κατατακτήριες Εξετάσεις, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης:

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Συντεταγμένες $(\bar{x},\bar{y})$ κεντροειδούς μιας επιφάνειας

$$\left(\bar{x}=\frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA}\ ,\ \bar{y}=\frac{\int_A y\,dA}{\int_A dA}\right)\ \text{ή:}\ \left(\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\ ,\ \bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\right)$$

Ορισμός αξονικών ροπών αδράνειας

$$I_x=\int_A y^2\,dA\ ,\ I_y=\int_A x^2\,dA$$

Ακτίνα αδράνειας

$$i_x=\sqrt{I_x/A}\ ,\ i_y=\sqrt{I_y/A}$$

Πολική ροπή

$$J\overset{\text{ή}}{=}I_p=\int_A r^2\,dA=I_x+I_y\ ,\ r^2=x^2+y^2$$

Τύποι μετασχηματισμού

$$I_{x'}=\frac{I_x+I_y}{2}+\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta-I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{y'}=\frac{I_x+I_y}{2}-\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta+I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{x'y'}=\frac{I_x-I_y}{2}\sin2\theta+I_{xy}\cos2\theta$$

Γινομένο αδράνειας

$$I_{xy}=\int_A x\,y\,dA$$

Ροπή αντίστασης

$$W_x=I_x/|y_{max}|\ ,\ W_y=I_y/|x_{max}|$$

Ροπές αδράνειας σύνθετης επιφάνειας

$$I_x=\sum\left[I_{x_i}^{A_i}+A_i(\bar{y}_i-\bar{y})^2\right]$$

$$I_y=\sum\left[I_{y_i}^{A_i}+A_i(\bar{x}_i-\bar{x})^2\right]$$

$$I_{xy}=\sum\left[I_{x_iy_i}^{A_i}+A_i(\bar{x}_i-\bar{x})\cdot(\bar{y}_i-\bar{y})\right]$$

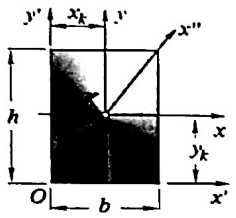
Γωνία κύριων αξόνων:

$$\tan(2\theta_o)\overset{\text{ή}}{=}\tan(2\theta_p)=-\frac{2I_{xy}}{I_x-I_y}$$

Υπολογισμός κύριων ροπών αδράνειας

$$I_{max,\,min}=I_{1,2}=\frac{I_x+I_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{I_x-I_y}{2}\right)^2+I_{xy}^2}$$

1. Τετράγωνο



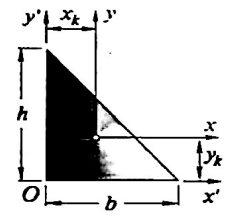
$A=bh\ ,\ x_k=\frac{b}{2}\ ,\ y_k=\frac{h}{2}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{12}}$

$I_x=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{12}\ ,\ I_{xy}=0$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{3}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{3}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{b^2h^2}{4}$

$I_p=\frac{bh}{12}(h^2+b^2)\ ,\ I_o=\frac{bh}{3}(h^2+b^2)$

2. Ορθογώνιο τρίγωνο



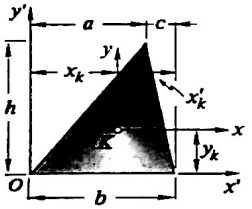
$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{18}}$

$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{36}\ ,\ I_{xy}=\frac{b^2h^2}{72}$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{12}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{b^2h^2}{24}$

$I_p=\frac{bh}{36}(h^2+b^2)\ ,\ I_{x_1y}=+\frac{b^2h^2}{72}$

3. Τυχαίο τρίγωνο



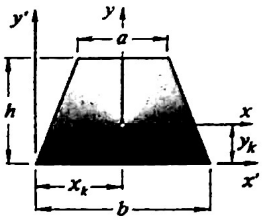
$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b+a}{3}\ ,\ x'_k=\frac{b+c}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}$

$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{bh(b^2-cb+c^2)}{36}$

$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{bh}{12}(3b^2-3bc+c^2)$

$I_{xy}=\frac{bh^2(2c-b)}{72}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{bh^2}{24}(3b-2c)$

4. Ισοσκελές τραπέζιο



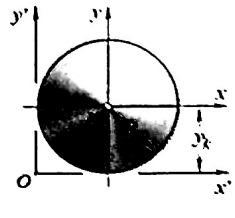
$A=\frac{a+b}{2}h\ ,\ y_k=\frac{2a+b}{3(a+b)}h$

$x_k=\frac{b}{2}\ ,\ \text{για ορθογ.: } x_k=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$

$I_x=\frac{h^3}{36}\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}\ ,\ I_{x'}=\frac{h^3(3a+b)}{12}$

$I_y=\frac{h(a+b)(a^2+b^2)}{48}$

5. Κύκλος



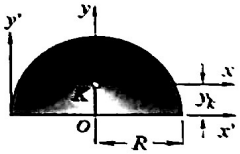
$A=\pi R^2\ ,\ x_k=y_k=R\ ,\ i_x=\frac{R}{2}$

$I_x=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_w=0$

$I_{x'}=I_{y'}=\frac{5\pi R^4}{4}=\frac{5\pi d^4}{64}\ ,\ I_{x'y'}=\pi R^4$

$I_p=\frac{\pi R^4}{2}=\frac{\pi d^4}{32}\ ,\ W_p=\frac{\pi R^3}{2}$

6. Ημικύκλιο



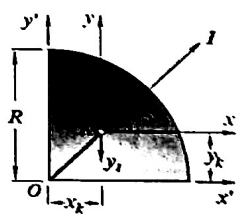
$A=\frac{\pi R^2}{2}\ ,\ x_k=R\ ,\ y_k=\frac{4R}{3\pi}$

$i_x\approx0.264R$

$I_x\approx0.1098R^4\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_w=0$

$I_p=0.503R^4\ ,\ I_{x'}=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{8R^4}{9\pi}$

7. Τεταρτοκύκλιο



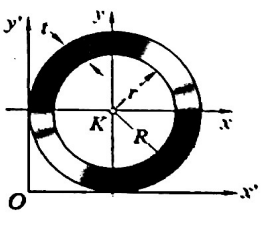
$A=\frac{\pi R^2}{4}\ ,\ x_k=y_k=\frac{4R}{3\pi}\ ,\ i_x\approx0.264R$

$I_x\approx0.0549R^4\ ,\ I_y\approx0.0549R^4$

$I_{xy}\approx-0.0164R^4\ ,\ I_{x_1}=+0.0164R^4$

$I_{x'}=I_{y'}=\frac{\pi R^4}{16}\ ,\ I_{x'y'}=\frac{4R^4}{9\pi^2}$

8. Σωλήνας



Χοντρότοιχος:

$A=\pi(R^2-r^2)\ ,\ i_x=\frac{\sqrt{R^2+r^2}}{2}$

$I_x=\frac{\pi(R^4-r^4)}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi(R^4-r^4)}{4}$

Λεπτότοιχος:

Μέση ακτίνα: $\bar{R}=r+t/2=R-t/2$

$A\approx2\pi\bar{R}t\ ,\ x_k=y_k=\bar{R}+t\ ,\ i_x=\frac{\bar{R}}{\sqrt{2}}$

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ, ΣΕΡΡΕΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

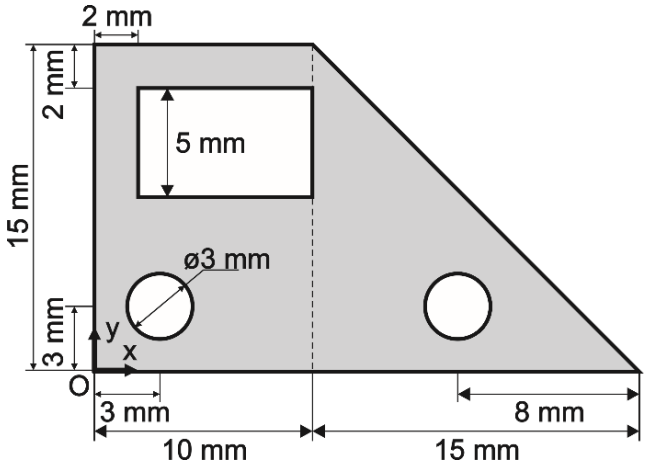
Κατατακτήριες Εξετάσεις, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης:

ΘΕΜΑ 1^{Ο} – Μονάδες 3.0

Για τη διατομή του σχήματος να υπολογιστούν:

α) το κέντρο βάρους ως προς το σύστημα συντεταγμένων Oxy που εμφανίζεται.
(*1,5 μονάδα*)

β) οι ροπές αδράνειας ως προς το υπάρχον σύστημα συντεταγμένων Oxy.
(1,5 *μονάδα*)

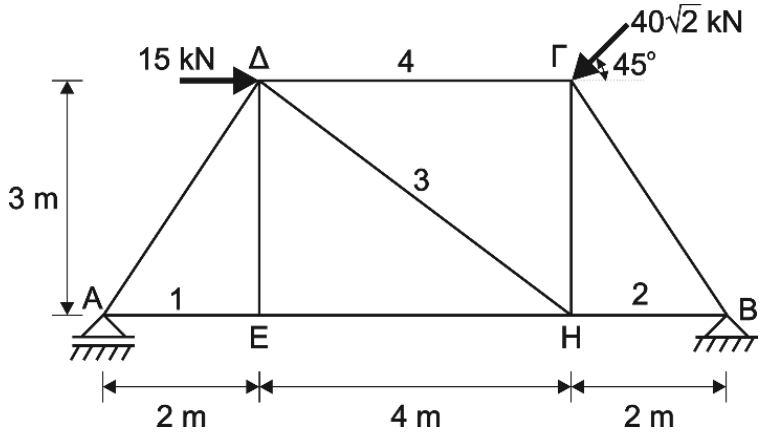


ΘΕΜΑ 2^{Ο} – Μονάδες 4.0

Στο δικτύωμα του διπλανού σχήματος να προσδιοριστούν:

α) οι αντιδράσεις στα σημεία στήριξης.
(*1 μονάδα*)

β) οι δυνάμεις που καταπονούν τις ράβδους 1, 2 ,3 και 4.
(3 *μονάδες*)

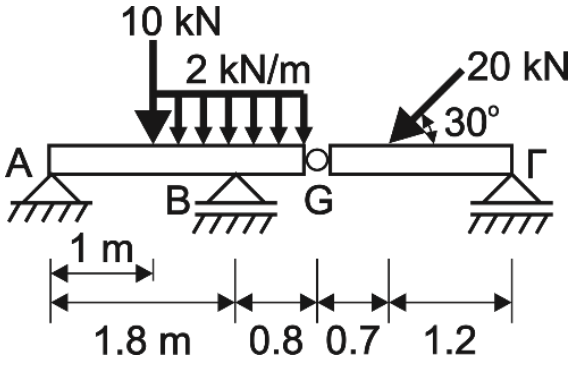


ΘΕΜΑ 3^{Ο} – Μονάδες 3.0

Για τη διάταξη του διπλανού σχήματος:

α) να υπολογιστούν οι αντιδράσεις των σημείων στήριξης.
(*1 μονάδα*)

β) να σχεδιαστούν τα διαγράμματα [N], [Q], [M].
(*2 μονάδες*)



(ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ)

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ, ΣΕΡΡΕΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατατακτήριες Εξετάσεις, Μάθημα: **Μηχανική Ι - Στατική**
Ημερομηνία εξέτασης:

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Συντεταγμένες $(\bar{x},\bar{y})$ κεντροειδούς μιας επιφάνειας

$$\left(\bar{x}=\frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA}\ ,\ \bar{y}=\frac{\int_A y\,dA}{\int_A dA}\right)\ \text{ή:}\ \left(\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\ ,\ \bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}\right)$$

Ορισμός αξονικών ροπών αδράνειας

$$I_x=\int_A y^2\,dA\ ,\ I_y=\int_A x^2\,dA$$

Ακτίνα αδράνειας

$$i_x=\sqrt{I_x/A}\ ,\ i_y=\sqrt{I_y/A}$$

Πολική ροπή

$$J\overset{\text{ή}}{=}I_p=\int_A r^2\,dA=I_x+I_y\ ,\ r^2=x^2+y^2$$

Γινομένο αδράνειας

$$I_{xy}=\int_A x\,y\,dA$$

Ροπή αντίστασης

$$W_x=I_x/|y_{max}|\ ,\ W_y=I_y/|x_{max}|$$

Τύποι μετασχηματισμού

$$I_{x'}=\frac{I_x+I_y}{2}+\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta-I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{y'}=\frac{I_x+I_y}{2}-\frac{I_x-I_y}{2}\cos2\theta+I_{xy}\sin2\theta$$

$$I_{x'y'}=\frac{I_x-I_y}{2}\sin2\theta+I_{xy}\cos2\theta$$

Ροπές αδράνειας σύνθετης επιφάνειας

$$I_x=\sum\left[I_{x_i}^{A_i}+A_i\left(\bar{y}_i-\bar{y}\right)^2\right]$$

$$I_y=\sum\left[I_{y_i}^{A_i}+A_i\left(\bar{x}_i-\bar{x}\right)^2\right]$$

$$I_{xy}=\sum\left[I_{x_iy_i}^{A_i}+A_i\left(\bar{x}_i-\bar{x}\right)\cdot\left(\bar{y}_i-\bar{y}\right)\right]$$

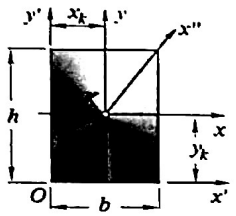
Γωνία κύριων αξόνων:

$$\tan\left(2\theta_o\right)\overset{\text{ή}}{=}\tan\left(2\theta_p\right)=-\frac{2I_{xy}}{I_x-I_y}$$

Υπολογισμός κύριων ροπών αδράνειας

$$I_{max,\,min}=I_{1,2}=\frac{I_x+I_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{I_x-I_y}{2}\right)^2+I_{xy}^2}$$

1. *Τετράγωνο*



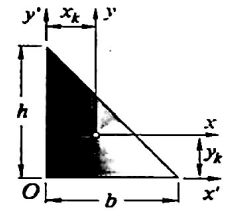
$$A=bh\ ,\ x_k=\frac{b}{2}\ ,\ y_k=\frac{h}{2}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{12}}$$

$$I_x=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{12}\ ,\ I_{xy}=0$$

$$I_{x'}=\frac{bh^3}{3}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{3}\ ,\ I_{xy'}=\frac{b^2h^2}{4}$$

$$I_p=\frac{bh}{12}\left(h^2+b^2\right)\ ,\ I_o=\frac{bh}{3}\left(h^2+b^2\right)$$

2. *Ορθογώνιο τρίγωνο*



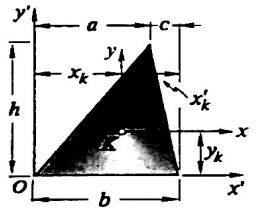
$$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}\ ,\ i_x=\frac{h}{\sqrt{18}}$$

$$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{b^3h}{36}\ ,\ I_{xy}=\frac{b^2h^2}{72}$$

$$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{hb^3}{12}\ ,\ I_{xy'}=\frac{b^2h^2}{24}$$

$$I_p=\frac{bh}{36}\left(h^2+b^2\right)\ ,\ I_{x_1y}=+\frac{b^2h^2}{72}$$

3. *Τυχαίο τρίγωνο*



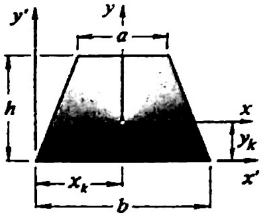
$$A=\frac{bh}{2}\ ,\ x_k=\frac{b+a}{3}\ ,\ x'_k=\frac{b+c}{3}\ ,\ y_k=\frac{h}{3}$$

$$I_x=\frac{bh^3}{36}\ ,\ I_y=\frac{bh\left(b^2-cb+c^2\right)}{36}$$

$$I_{x'}=\frac{bh^3}{12}\ ,\ I_{y'}=\frac{bh}{12}\left(3b^2-3bc+c^2\right)$$

$$I_{xy}=\frac{bh^2\left(2c-b\right)}{72}\ ,\ I_{xy'}=\frac{bh^2}{24}\left(3b-2c\right)$$

4. *Ισοσκελές τραπέζιο*



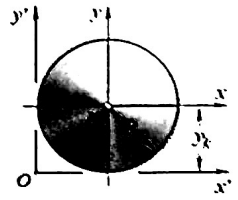
$$A=\frac{a+b}{2}h\ ,\ y_k=\frac{2a+b}{3(a+b)}h$$

$$x_k=\frac{b}{2}\ ,\ \text{για ορθογ.: } x_k=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$$

$$I_x=\frac{h^3}{36}\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}\ ,\ I_{x'}=\frac{h^3(3a+b)}{12}$$

$$I_y=\frac{h(a+b)\left(a^2+b^2\right)}{48}$$

5. *Κύκλος*



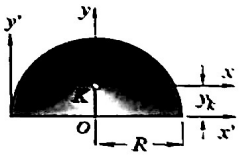
$$A=\pi R^2\ ,\ x_k=y_k=R\ ,\ i_x=\frac{R}{2}$$

$$I_x=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{4}\ ,\ I_w=0$$

$$I_{x'}=I_{y'}=\frac{5\pi R^4}{4}=\frac{5\pi d^4}{64}\ ,\ I_{xy'}=\pi R^4$$

$$I_p=\frac{\pi R^4}{2}=\frac{\pi d^4}{32}\ ,\ W_p=\frac{\pi R^3}{2}$$

6. *Ημικύκλιο*



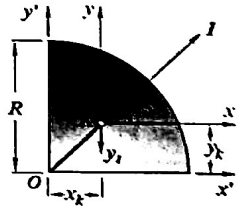
$$A=\frac{\pi R^2}{2}\ ,\ x_k=R\ ,\ y_k=\frac{4R}{3\pi}$$

$$i_x\approx0.264R$$

$$I_x\approx0.1098R^4\ ,\ I_y=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_w=0$$

$$I_p=0.503R^4\ ,\ I_{x'}=\frac{\pi R^4}{8}\ ,\ I_{xy'}=\frac{8R^4}{9\pi}$$

7. *Τεταρτοκύκλιο*



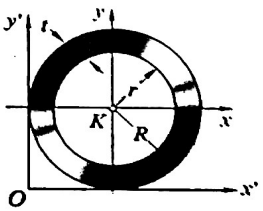
$$A=\frac{\pi R^2}{4}\ ,\ x_k=y_k=\frac{4R}{3\pi}\ ,\ i_x\approx0.264R$$

$$I_x\approx0.0549R^4\ ,\ I_y\approx0.0549R^4$$

$$I_{xy}\approx-0.0164R^4\ ,\ I_{xy_1}=+0.0164R^4$$

$$I_{x'}=I_{y'}=\frac{\pi R^4}{16}\ ,\ I_{xy'}=\frac{4R^4}{9\pi^2}$$

8. *Σωλήνας*



Χοντρότοιχος:

$$A=\pi\left(R^2-r^2\right)\ ,\ i_x=\frac{\sqrt{R^2+r^2}}{2}$$

$$I_x=\frac{\pi\left(R^4-r^4\right)}{4}\ ,\ I_y=\frac{\pi\left(R^4-r^4\right)}{4}$$

Λεπτότοιχος:

Μέση ακτίνα: $\bar{R}=r+t/2=R-t/2$

$$A\approx2\pi\bar{R}t\ ,\ x_k=y_k=\bar{R}+t\ ,\ i_x=\frac{\bar{R}}{\sqrt{2}}$$